**12.** Die Felder eines 5×5 Brettes werden mit den Zahlen von 1 bis 25 belegt. In jedes Feld kommt genau eine Zahl und jede der Zahlen wird genau einmal verwendet. Unter *Abstand* zweier Felder mit mindestens einem gemeinsamen Eckpunkt verstehen wir die positive Differenz der zwei Zahlen, die in diesen Feldern stehen. Unter *Durchmesser* des Brettes verstehen wir den größten aller dieser Abstände.
**Die Frage**: Was kann der Durchmesser des Brettes sein?

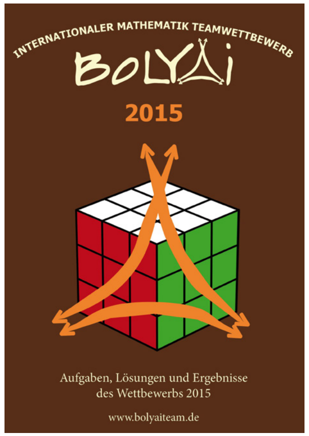
**(A)** *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

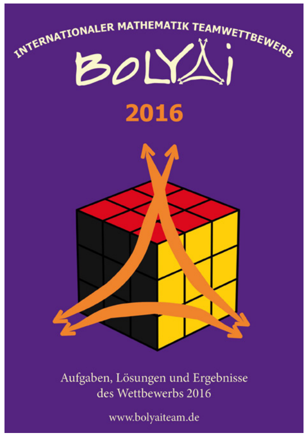
**13.** Gegeben ist ein Dreieck $ABC$ (zeichnerisch). Daniel möchte im Äußeren des Dreiecks auf alle denkbaren Arten weitere Dreiecke zeichnen, so dass gilt: Das Ausgangsdreieck und ein weiteres Dreieck bilden zusammen ein gleichschenkliges Dreieck. Wie viele weitere unterschiedliche Dreiecke kann Daniel insgesamt zeichnen?
<u>Bemerkung</u>: Zwei Dreiecke gelten dann als unterschiedlich, wenn ihre Lagen unterschiedlich sind.

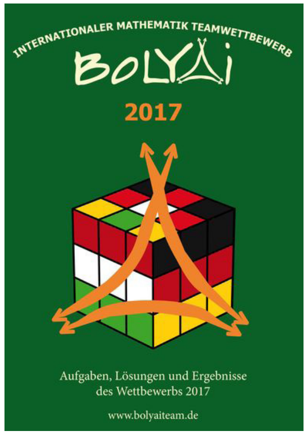
**(A)** *0* **(B)** *4* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *9*

**Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!**

**14.** Im Dreieck $ABC$ ist der Innenwinkel bei $A$ 90° und der Innenwinkel bei $B$ 35°. $F$ ist der Mittelpunkt der Strecke $BC$, der Spiegelpunkt von $C$ an $AF$ (Achsenspiegelung) sei $T$. Ermittle die Winkelweite des Winkels $\sphericalangle ATB$!






*„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."*

*Prof. Dr. Freund Tamás*
*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs*

# BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

## 2018

## 1. RUNDE

## KLASSE 9

J. BOLYAI


**Förderer des Wettbewerbs:**
**Prof. Dr. Freund Tamás**
*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie*

**Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:**
**Nagy-Baló András,** *Mathematiklehrer*

**Übersetzer der Aufgaben:**
**Attila Furdek,** *Mathematiklehrer*

**Lektoren der Übersetzung:**
**Matthias Benkeser,** *Mathematiklehrer*

**Koordinatorin:**
**Rita Feser,** *Mathematiklehrerin*

**Betreiber der Homepage und des informatischen Systems:**
**Georg Probst,** *Informatiker*
**Tassy Gergely,** *Mathematiklehrer*


www.bolyaiteam.de / www.bolyaiteam.at

**Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.**

**1.** Ein Viereck wird durch eine seiner Diagonalen in zwei Dreiecke zerlegt, die beide rechtwinklig *und* gleichschenklig sind.
Wie groß kann ein Innenwinkel des Vierecks sein?

**(A)** *30°* **(B)** *45°* **(C)** *90°* **(D)** *120°* **(E)** *135°*

**2.** Welche der unten aufgeführten Zahlen haben mindestens vier positive unterschiedliche Teiler, die Kubikzahlen sind?
Bemerkung: Kubikzahlen sind Zahlen, die man als Dreierpotenz einer natürlichen Zahl darstellen kann. Beispiel: $64 = 4^3$.

**(A)** *7 000* **(B)** *23 625* **(C)** *27 000* **(D)** *74 088* **(E)** *240 786*

**3.** Eine positive ganze Zahl $n$ heißt *exotisch*, wenn es zwei (nicht unbedingt verschiedene) positive ganze Zahlen $a$ und $b$ gibt, so dass $n = a^b + b^a$.
Beispiel: 57 ist eine *exotische* Zahl, da $57 = 5^2 + 2^5$.
**Die Frage:** Welche der unten aufgeführten Zahlen sind *exotisch*?

**(A)** *8* **(B)** *17* **(C)** *32* **(D)** *33* **(E)** *37*

**4.** In einer Arztpraxis stapelt die Sprechstundenhilfe die Karteikarten der ankommenden Patienten auf dem Tisch des Arztes. Die Karteikarte eines neu ankommenden Patienten wird also stets oben auf den Stapel gelegt. Der Arzt ruft immer jenen Patienten auf, dessen Karteikarte oben liegt. Eines Tages kamen 5 Patienten in die Praxis. Die Sprechstundenhilfe legte deren Karteikarten einzeln auf den Stapel in der Reihenfolge, in der sie ankamen. Diese Reihenfolge war A-B-C-D-E. **Die Frage**: In welcher Reihenfolge kann der Arzt die 5 Patienten behandelt haben?
Bemerkungen: Patienten können in der Praxis ankommen bevor der Arzt mit dem Behandeln beginnt. Während der Behandlungen können zudem weitere Patienten ankommen.

**(A)** *E-D-C-B-A* **(B)** *D-E-B-C-A* **(C)** *B-D-C-E-A*
**(D)** *C-D-E-A-B* **(E)** *A-C-D-E-B*

**5.** Jeder Eckpunkt eines regelmäßigen Vielecks wurde entweder rot oder grün markiert. Unter allen Dreiecken, deren Eckpunkte drei gleichfarbige Eckpunkte des Vielecks sind, gibt es kein gleichschenkliges Dreieck. **Die Frage**: Wie viele Eckpunkte kann das regelmäßige Vieleck insgesamt haben?
Bemerkung: Die Frage bezieht sich auf die unten aufgeführten Zahlen.

**(A)** *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

**6.** Andreas notiert einige verschieden ganze Zahlen, so dass es darunter vier Zahlen mit den folgenden Eigenschaften gibt:
I. Der Durchschnitt dieser vier Zahlen ist gleich mit dem Durchschnitt aus zwei der notierten Zahlen *und*
II. Der Durchschnitt dieser vier Zahlen ist gleich mit dem Durchschnitt aus drei der notierten Zahlen.
**Die Frage**: Wie viele Zahlen konnte Andreas insgesamt notiert haben?

**(A)** *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

**7.** In einem Stall gibt es Flöhe und Wanzen. Wenn die Anzahl der Flöhe das n-fache der tatsächlichen Anzahl der Flöhe betrüge, gäbe es insgesamt 2017 Tiere (Flöhe und Wanzen zusammengerechnet). Wenn hingegen die Anzahl der Wanzen das n-fache der tatsächlichen Anzahl der Wanzen betrüge, gäbe es insgesamt 2018 Tiere (Flöhe und Wanzen zusammengerechnet).
**Die Frage:** Wie viele Flöhe und Wanzen können insgesamt im Stall sein?
Bemerkung: $n$ ist eine natürliche Zahl, die größer als 1 ist.

**(A)** *1001* **(B)** *1345* **(C)** *1454* **(D)** *1514* **(E)** *1696*

**8.** Auf kariertem Papier hat jemand ein Vieleck gezeichnet, dessen Seiten alle entlang der Linien verlaufen. Wie viele Symmetrieachsen kann ein solches Vieleck insgesamt haben?

**(A)** *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

**9.** Es gilt $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{a+c-b} = \frac{c}{a+b-c}$. Welchen Wert kann der Term $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ annehmen?
Bemerkung: $a$, $b$ und $c$ sind reelle Zahlen, alle Nenner sind ungleich Null.

**(A)** *–2* **(B)** *–1* **(C)** *1* **(D)** *4* **(E)** *8*

**10.** Es gilt: $(a+b)(a+b+c)=5$, $(b+c)(b+c+a)=6$, $(c+a)(c+a+b)=7$.
Welchen Wert kann der Term $(a+b+c)^2$ annehmen?

**(A)** *4* **(B)** *9* **(C)** *16* **(D)** *18* **(E)** *25*

**11.** Die Funktion $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ erfüllt für alle reellen Zahlen $x$ und $y$ die Bedingung $f(x+y)=f(x)+f(y)+80xy$. Außerdem gilt: $f(0{,}25)=2$.
**Die Frage**: Welche Eigenschaft trifft auf den Funktionswert $f(1)$ zu? Er ist

**(A)** *kleiner als 10* **(B)** *kleiner als 20* **(C)** *kleiner als 30*
**(D)** *größer als 30* **(E)** *größer als 40*

**Achtung! Aufgaben 12-14 folgen auf der nächsten Seite.**